

ÁREA 3 – História e Geografia Econômica

ELASTICIDADE-PREÇO DA DEMANDA POR GASOLINA EM FORTALEZA: UMA ABORDAGEM USANDO MODELOS ESPACIAIS DE DADOS EM PAINEL

Priscila Silva Rodrigues Falconeri¹

Ricardo Brito Soares²

Resumo:

Postos de gasolina localizados próximos ou até vizinhos competem pela mesma demanda agregada e podem apresentar padrões de interdependência na venda de combustível, o que acarreta problema de autocorrelação espacial em modelos empíricos de demanda por gasolina. Não incorporar esta possibilidade em modelos empíricos pode comprometer a estimação da elasticidade-preço da demanda por gasolina, e conseqüentemente enviesar possíveis simulações e análises de mercado importantes para o planejamento urbano, tributário, e concorrencial deste setor. Este artigo tem como objetivo testar e modelar a existência de efeito vizinhança e autocorrelação espacial em modelos de demanda por combustíveis utilizando microinformações ao nível de postos de gasolina colhidos com informações das notas fiscais eletrônicas da Secretaria da Fazenda do Estado do Ceará (SEFAZ). Para isso são estimados modelos de dados de painel espacial por Método dos Momentos Generalizados (GMM) (MILLO, et al, 2012; SANTOS E FARIA, 2012) a partir de uma base de dados que contém as quantidades consumidas diariamente, assim como o preço de gasolina e do etanol. Os resultados comprovam que negligenciar a correlação espacial em modelos de demanda implicam em viés na estimação da elasticidade-preço.

Palavras-chave: Painel Espacial. Elasticidade-preço. Demanda por gasolina.

Abstract:

Gas stations located nearby or even neighbors compete for the same aggregate demand and may present patterns of interdependence in the sale of fuel, which causes a problem of spatial autocorrelation in empirical models of demand for gasoline. Failure to incorporate this possibility into empirical models may compromise the estimation of the price elasticity of demand for gasoline, and consequently bias possible simulations and important market analyzes for urban, tax, and competitive planning in this sector. This article aims to test and model the existence of neighborhood effect and spatial autocorrelation in models of demand for fuels using micro-information at the level of gas stations collected with information from electronic invoices from the Secretary of Finance of the State of Ceará (SEFAZ). For this purpose, spatial panel data models are estimated using the Generalized Method of Moments (GMM) (MILLO, et al, 2012; SANTOS E FARIA, 2012) from a database that contains the amounts consumed daily, as well as the price of gasoline and ethanol. The results prove that neglecting the spatial correlation in demand models implies bias in the estimation of price elasticity.

Keywords: Spatial Panel. Price-elasticity. Demand for gasoline

JEL Classification: C23, C51, R12, R22

¹ Doutora em Economia Caen/UFC. Email: priscilarodrigues65@yahoo.com.br.Telefone: (85) 997899072.

² Universidade Federal do Ceará

1. INTRODUÇÃO

A elasticidade preço da demanda por gasolina e outros combustíveis pode ser compreendida como a sensibilidade dos consumidores em relação à variação de preços desse combustível. Indica assim o quanto a quantidade demandada de gasolina é afetada quando ocorre uma mudança no preço.

Essa elasticidade pode ser influenciada por vários fatores, como a disponibilidade e diversidade de transporte público, o custo dos veículos, a renda dos consumidores, a região onde o combustível está sendo vendido e os preços dos substitutos próximos. É importante ressaltar que a elasticidade-preço da demanda por gasolina pode variar ao longo do tempo e entre diferentes grupos de consumidores.

No curto prazo, a demanda pode ser menos elástica, devido à falta de opções imediatas para substituir o uso da gasolina, em longo prazo, a demanda pode se tornar mais elástica, à medida que os consumidores se adaptam a mudanças nos preços e buscam por alternativas mais sustentáveis e econômicas.

Regiões próximas umas das outras ou regiões geograficamente vizinhas podem apresentar padrões semelhantes e concorrenciais de consumo de combustível, o que pode ocasionar autocorrelação espacial em modelos empíricos de consumo de gasolina, e estimação de elasticidade preço. Compreender e observar o comportamento do consumo de combustível atentando para esta possibilidade de autocorrelação espacial ou de efeito vizinhança no consumo de gasolina com microinformações ao nível dos postos, é o objetivo deste trabalho. A correta modelagem para a estimação da elasticidade-preço da demanda é importante para questões de planejamento urbano, tributário e concorrencial de mercado (formação de cartel).

Quando observado o mercado brasileiro de combustível para veículos leves percebe-se que este se diferencia de outros mercados devido a diversidade dos tipos de combustível, onde na maioria dos postos é possível encontrar gasolina comum, gasolina adicionada de aditivos, gás natural (GNV), álcool e diesel. A gasolina, porém, continua sendo o principal combustível usado na maior parte do país, tendo como principal concorrente, o etanol.

Além da diversificação dos combustíveis, o avanço tecnológico e a introdução dos carros flex-fuel no Brasil, possibilitaram uma maior competição no mercado para veículos leves no país. Ainda outros fatores como a concentração da produção do etanol em determinadas regiões podem influenciar a heterogeneidade no comportamento dos consumidores dentro das diferentes regiões refletindo em impactos na demanda por gasolina. (SANTOS E FARIA, 2012).

Desta forma, o artigo pretende testar a existência de efeito vizinhança e autocorrelação espacial na determinação da quantidade demandada dos combustíveis nos postos de gasolina.

Deseja-se assim, analisar qual o papel da heterogeneidade espacial nas estimativas de elasticidade-preço da demanda de gasolina em Fortaleza. A principal hipótese é a de que existe autocorrelação espacial com relação a quantidade vendida de gasolina pelos postos da cidade impactando na elasticidade-preço da demanda do combustível.

Estudos nacionais anteriores utilizam em sua maioria ferramentas econométricas com uso de cross section ou de séries temporais e mesmo aqueles que trabalham com dados em painel optam por utilizar dados agregados estaduais ou municipais (MARGARIDO E SHIKIDA, 2017; SANT ANNA E BASTOS, 2014; NAPPO, 2007).

O artigo inova por usar na análise dados espaciais pontuais com as latitudes e longitudes dos postos de gasolina e ainda por trabalhar com um painel espacial de informações diárias para a cidade de Fortaleza. Estima-se, portanto, modelos de dados em painel espacial para a observação da elasticidade-preço da demanda por gasolina.

O artigo além dessa introdução, possui na seção 2 uma breve discussão sobre a literatura que envolve o estudo da demanda por combustíveis e os modelos de dados de painel espaciais. A seção 3 apresenta a base de dados usada para a estimação, trazendo as estatísticas descritivas e o modelo econométrico utilizado, enquanto a quarta seção apresenta os principais resultados antes das conclusões.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Na literatura são diversos os exemplos de estudos que estimam equações de demanda de combustíveis. Trabalhos como os de Margarido e Shikida (2017) que analisaram a elasticidade-preço da demanda, a elasticidade renda e preço cruzado para mercados de gasolina e álcool em São Paulo, no período de 2003 a 2015. Os resultados encontrados nessa pesquisa mostraram que as elasticidades no curto e no longo prazo revelaram que a introdução dos carros com motores movidos a álcool e gasolina (*flex-fuel*) proporcionou mudanças significativas nos coeficientes estimados para o mercado de gasolina. Para a elasticidade preço encontrada no trabalho revelou-se que a cada variação de 1% no preço da gasolina reflete uma redução de 1.8% na quantidade demandada.

Neste mesmo enfoque, Sant Anna e Bastos (2014) demonstraram a partir de várias metodologias de estimações (MQO, GMM e séries temporais) que a elasticidade-preço da demanda por gasolina passou ao longo do tempo de inelástica para uma demanda elástica após o início do uso dos carros *flex-fuel* no Brasil. Os resultados apresentados demonstraram que a elasticidade preço por gasolina é elástica e que a cada 1% de aumento do preço da gasolina ocorre uma redução de 1.227% da demanda por gasolina.

Amaro (2014) analisou a demanda por combustíveis no Brasil e teve como principal objetivo observar a viabilidade do álcool como substituto a gasolina. Orellano, Souza e Azevedo (2013) usaram dados em painel estaduais com periodicidade mensal para examinar a demanda por etanol entre 2001 e 2009. Os resultados encontrados demonstraram que existe uma diferença regional para a elasticidade-preço do etanol pois a demanda por álcool demonstrou ser elástica apenas em estados mais pobres.

Alguns autores escolheram analisar a elasticidade-preço da demanda usando séries temporais e técnicas de cointegração. Alves e Bueno (2003) utilizaram dados anuais de quantidade e preço de gasolina e etanol e concluíram que o etanol é um substituto imperfeito para gasolina.

Outros trabalhos no Brasil usaram dados em painel para verificar a elasticidade-preço dos combustíveis estaduais, como é o caso de Ayres (2017) que observou a demanda por gasolina comum, álcool e diesel para 41 municípios do estado do Rio Grande do Sul com dados de 2004 a 2014.

Trabalhos que levam em conta o possível efeito espacial de concorrência ou que utilizem informações de frequências diárias e/ou desagregadas como é o caso deste trabalho, são mais comuns na literatura internacional.

Um trabalho realizado para os Estados Unidos no período de 2006 a 2009 usou dados diários de preços de gasolina e dos gastos com o combustível para 243 cidades buscando observar o impacto gerado a partir das variações diárias de preços de gasolina a partir de uma análise temporal e espacial. Os resultados encontraram elasticidades preços da demanda maiores do que o que já havia na literatura que usavam dados agregados. (LEVIN, LEWIS E WOLAK, 2017).

Segundo Millo *et al* (2012) existe uma extensa literatura que trata sobre os modelos de painéis espaciais tanto estáticos quanto dinâmicos. Para os autores “ a análise de dados em painel espacial é um campo da econometria que está experimentando um maior progresso metodológico”. Porém os pesquisadores frisam que ainda há dificuldades nas aplicações empíricas devido a poucas opções de *softwares* existentes³.

Bergantino, Capozza e Intini, buscaram descrever a dependência espacial observada nos preços da gasolina vendida no varejo em área urbana, os autores objetivaram explicar como o contexto espacial em uma área urbana resultam em variações de preços para o mercado da Itália e mais especificamente para a cidade de Roma.

O trabalho trouxe uma discussão importante com relação ao consumo de gasolina pois segundo o artigo esse combustível é um bem homogêneo e por esse motivo os donos de postos buscarão se diferenciar dos demais para a atração de seus clientes, essa diferenciação pode ser dada por preço, ou por uma questão de localização, ou pelos diferentes serviços prestados aos clientes.

Os autores observam que os preços de gasolina costumam sofrer alterações diárias o que levou os pesquisadores a buscarem entender se os preços são ajustados dado os acordos feitos entre as empresas e se o mercado de gasolina possui ou não especificidades.

O trabalho dos autores inovou, pois, além de introduzir a análise espacial da concorrência de preços, introduziu variáveis contextuais como por exemplo, o valor imobiliário de cada bairro de Roma, que poderiam influenciar o comportamento das empresas na determinação dos preços.

Clemen e Gugler (2006) em uma abordagem também espacial exploram a relação entre a densidade de postos (ou seja, o número de postos de gasolina por quilômetro quadrado) e o preço médio cobrado por todos os postos de gasolina dentro de um distrito no mercado varejista austríaco de gasolina. O artigo concluiu que quanto maior a distância até o posto de gasolina mais próximo, maior o mark-up do posto, e que, no geral, o comportamento dos preços não é homogêneo entres as diferentes regiões.

Poucos artigos nacionais utilizam metodologias espaciais em suas análises. Na pesquisa realizada por Cardoso, Bittencourt e Porsse (2020) foram utilizados dados em painel para estimar dois modelos espaciais, um dinâmico e um não dinâmico para demandas de combustíveis leves, como álcool e gasolina.

Para a estimação os autores usaram um painel balanceado com dados mensais que vão de julho de 2001 a novembro de 2018 por estado do Brasil com as médias ponderadas mensais dos preços ao consumidor de gasolina e etanol. A *proxy* de renda é o valor do Imposto Estadual sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) do Ministério da Fazenda. Com relação a elasticidade preço encontrada, o trabalho identificou que está entre -1.0 e -1.3, indicando que a cada variação de 1 no preço da gasolina a redução no consumo vai de 1% a 1.3%.

Santos e Faria (2012) estimaram a elasticidade preço, renda e elasticidade cruzada de gasolina e etanol no Brasil também com uso de painel espacial. A base de dados usada foi a partir de informações com periodicidade trimestral para os 27 estados no período que foi de julho de 2021 a dezembro de 2010. Para a estimação do modelo usando dados em painel os autores desenvolveram as rotinas de estimação usando o pacote *splm* para a análise espacial de dados espaciais e para observar dependência

³ Devido as dificuldades citadas pelos autores, estes dedicaram-se a um estudo que traz uma descrição geral do pacote *splm* que possibilita a estimação no *software* R dos principais modelos de painéis espaciais, mostrando todas as funcionalidades do pacote e ao mesmo tempo ilustrando um exercício de estimação de modelos de painel espacial.

espacial. Os principais resultados encontrados demonstraram a existência de defasagem espacial para a variável de consumo médio de gasolina per capita.

O Quadro 1 apresenta um resumo das metodologias usadas por alguns trabalhos citados nesta revisão de literatura, que estimaram a elasticidade da demanda por gasolina ou por álcool.

Quadro 1. Elasticidade da Demanda de estudo na literatura

Autores	Metodologia Utilizada	Elasticidade da Demanda
Margarido e Shikida (2017)	Estimaram um modelo de séries temporais com método de cointegração de Engle-Granger.	Elasticidade da demanda por gasolina. -1.18
Orellano, Souza e Azevedo (2013)	Estimação de um modelo com dados em painel estaduais com periodicidade mensal, análise da demanda por etanol entre 2001 e 2009. Os resultados são dados a partir de uma faixa de paridade entre estados pobres e ricos e para dois períodos.	Rico dentro da faixa – período 1 (-1.26) e período 2 (-2.24). Pobre dentro da faixa – Período 1 (-1.58) e período 2 (-2.30)
Ayres (2017)	Estimação de um modelo de dados em painel para analisar a demanda por gasolina comum, álcool e diesel para 41 municípios do estado do Rio Grande do Sul com dados de 2004 a 2014.	Elasticidade da demanda por gasolina. - 4.23
Bittencourt e Porsse (2020)	Estimação de um modelo de dados em painel dinâmico e não dinâmico para demandas de combustíveis leves (álcool e gasolina). Os dados são mensais e vão de julho de 2001 a novembro de 2018 por estado do Brasil	Elasticidade da demanda por gasolina. Entre -1,0 e -1,3

Fonte: Elaboração própria

Este trabalho inova ao combinar em um único modelo empírico análise espacial, frequência de informação diária, e o menor nível de agregação possível para demanda (os postos de gasolina). Esta combinação foi possível pois se utiliza uma base de informações a partir das notas fiscais eletrônicas, de onde foi possível extrair informações de vendas totais e preços (gasolina e etanol), além do georeferenciamento dos postos de gasolina de Fortaleza. Vale adiantar que a base confidencial descaracterizou a identificação dos postos, tendo como objetivo apenas as estimações dos parâmetros dos modelos.

3. METODOLOGIA

Nessa seção é apresentada a metodologia usada para a compreensão do fenômeno espacial analisado no presente artigo, onde na primeira subseção é descrito a base de dados utilizada para a estimação e as estatísticas descritivas da base de dados. Na subseção seguinte é tratado sobre o painel espacial e as definições de todos os parâmetros necessários para a estimação do modelo. Na última seção é demonstrado o modelo econométrico que será estimado.

3.1 Base de Dados e Análise Descritiva

Para a análise da elasticidade preço da demanda por gasolina em Fortaleza o artigo utilizou a base de dados que contém informações diárias da quantidade consumida por posto de gasolina em Fortaleza, para um total de 141 postos revendedores de gasolina e álcool espalhados em 69 bairros diferentes da cidade. O período de tempo analisado vai do dia 15 de julho a 18 de agosto de 2019.

A partir das informações de latitude e longitude de cada posto de gasolina foi possível criar uma base de painel espacial balanceado onde existem os mesmos números de observações para cada posto analisado⁴.

Os dados que foram utilizados no trabalho foram extraídos dos sistemas da Secretaria da Fazenda do Estado do Ceará (SEFAZ/CE), a partir do banco de Notas Fiscais Eletrônicas (NF-e).

Em 31 de julho de 2019 foi anunciado um aumento dos preços de gasolina pela refinaria de 4% o que levou a uma variação de preços após o anúncio, isso pode ser observado ao se analisar o Gráfico 1. Observa-se que de 15 de julho até o dia 31 de julho de 2019 os preços cobrados pelos postos apresentaram uma tendência de baixa e uma boa dispersão, em um típico sistema de concorrência. Porém a partir do dia 01 de agosto começou o período de ajuste a partir do choque no preço de custo e as variações nos preços ocorreram até o dia 10 de agosto. Após esse período, teve-se uma certa estabilidade nos preços, no entanto, com uma dispersão bem menor, sugerindo um padrão de conluio pós-choque entre os postos.

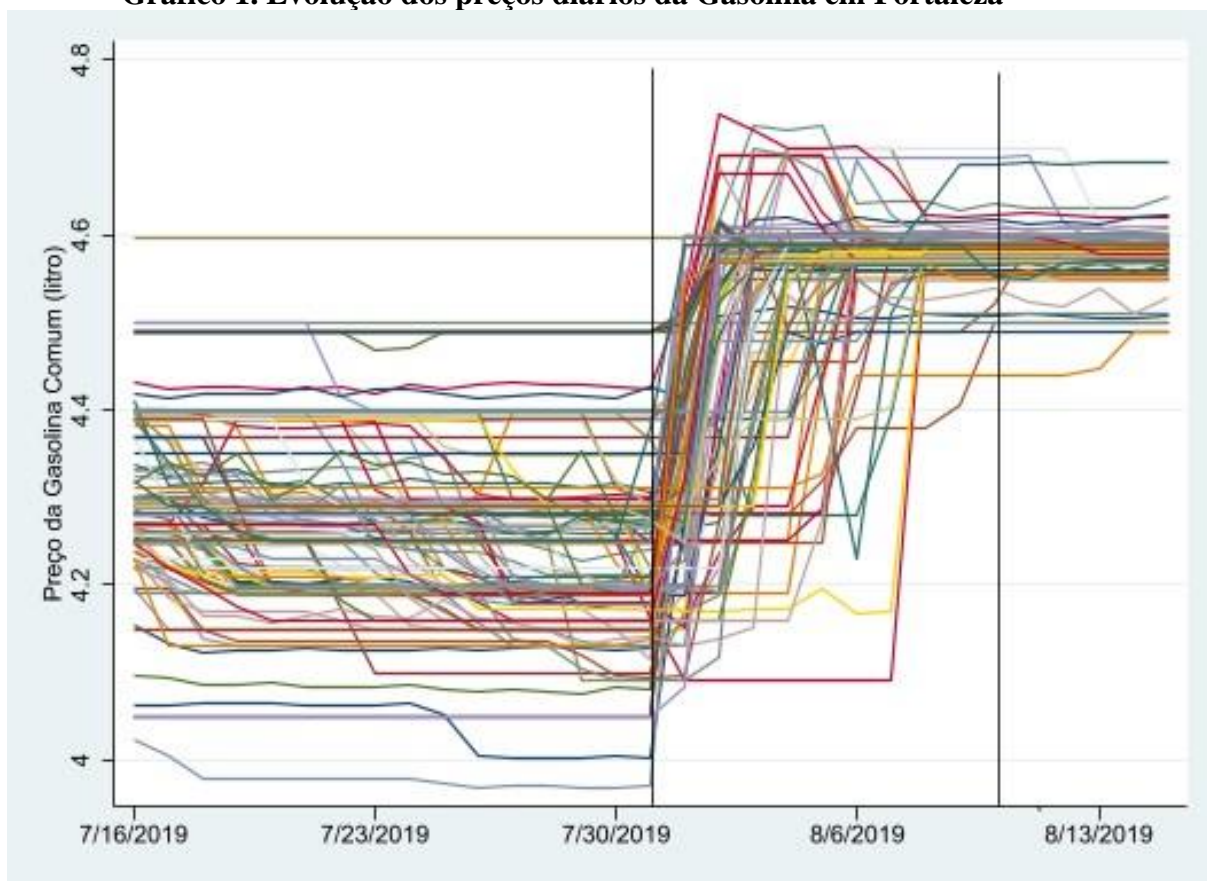
A Tabela 1 traz as variáveis que foram analisadas no artigo, a primeira é a quantidade de gasolina consumida diariamente em cada posto em litros, observa-se que no período anterior ao aumento, foi consumido em média de 4.438 litros de gasolina por dia, porém após o aumento essa média reduziu para 4.332 litros, em termos percentuais isso representa uma redução de 2.38% da quantidade de gasolina consumida.

Com relação aos preços cobrados pela gasolina nos postos de Fortaleza a média de preço para o período anterior ao aumento do preço foi de R\$ 4.27 e após o aumento R\$ 4.58, apresentando um aumento de R\$ 0.31 que representa 7.26% de aumento aproximadamente.

O preço do álcool também apresentou valores médios diferentes nos períodos antes e depois do choque, porém a variação foi menor de 2.16%.

⁴ Alguns postos não tiveram informações de notas fiscais para determinados dias e foram deixados de fora da análise. Isto foi realizado pois os algoritmos de estimação dos modelos espaciais em painel demandam apenas painéis balanceados.

Gráfico 1. Evolução dos preços diários da Gasolina em Fortaleza



Fonte: Elaboração própria

Tabela 1. Estatísticas Descritivas

<i>Variável</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Observações</i>
Antes do Aumento					
Preço Gasolina	4,27	0,11	3,97	4,59	2482
Preço Álcool	3,69	0,11	3,33	3,99	2482
Qtd. Gasolina	4.438	4.075	105	87.923	2482
Depois do Aumento					
Preço Gasolina	4,58	0,03	4,44	4,69	730
Preço Álcool	3,77	0,07	3,39	3,39	730
Qtd. Gasolina	4.076	2.967	479	46.829	730

Fonte: Elaboração própria

Uma observação importante está na variação e da dispersão entre os preços cobrados entre os postos antes de depois do aumento. Há uma queda acentuada no desvio padrão do preço da gasolina como também em sua dispersão, o que também gera uma redução na variação e dispersão das vendas do combustível. Como citado anteriormente, este comportamento pós-choque é típico de mercados em conluio.

A partir dessa observação preliminar o presente artigo propõe um modelo econométrico em painel, e estimações separadas para estes dois períodos de tempo (antes e após o choque de preços).

3.2 Painel Espacial

Os dados em painel representam dados em seções cruzadas onde as observações para as variáveis que podem denotar indivíduos ou grupos agregados se repetem em diferentes períodos do tempo.

Quando o painel é espacial as informações são observadas em locais específicos ou em áreas como bairros, onde a estrutura das interações que são realizadas entre os diversos agentes analisados nessas localidades é representada por uma matriz de pesos espaciais, ou seja, os painéis espaciais capturam as interações espaciais que ocorrem ao longo do tempo (MILLO *et al*, 2012).

A matriz de pesos espaciais W tem como finalidade mostrar um arranjo espacial das interações das variáveis que estão sendo analisadas. A hipótese é de que aquelas regiões que são mais próximas ou que estão mais conectadas entre si interagem mais do que regiões menos próximas ou menos conectadas. Cada conexão que existe entre as regiões representa um valor na matriz de pesos espaciais W e é chamada de pesos espaciais (ALMEIDA, 2012).

A matriz W pode ser definida como uma matriz quadrada $N \times N$ positiva onde os elementos diferentes de zero da matriz revelam se as localidades são vizinhas. Os pesos espaciais W_{ij} demonstram a existência de conexão entre as regiões i e j ou seja, mostram a influência da região j sobre a região i .

Para a construção da matriz de pesos espaciais W seguiu-se a matriz de pesos dado a distância geográfica como especificado por Almeida (2012) de acordo com o proposto por Baumont (2004) e Tyszler (2006).

A ideia principal para as matrizes W baseadas em distância geográfica é a de que as regiões que possuem maior proximidade geograficamente possuem maior interação espacial entre elas.

Uma das matrizes mais utilizadas na literatura é a matriz dos k vizinhos mais próximos, $W_{ij}(k)$, que é uma matriz binária baseada em distância geográfica medida em quilômetros ou milhas.

$$W_{ij}(k) = \begin{cases} 1 & \text{se } d_{ij} \leq d_i(k) \\ 0 & \text{se } d_{ij} > d_i(k) \end{cases} \quad (1)$$

Onde $d_i(k)$ é a distância de corte para a região i , pode ser visto também como a menor distância para a região i . Assim a expressão acima denota uma proximidade baseada em distância de uma forma que duas regiões sejam consideradas vizinhas caso estejam em uma distância de corte para que possuam k vizinhos.

Pode-se ainda contruir uma matriz baseada na distância inversa que é dada por:

$$W_{ij}(k) = \begin{cases} 1/d_{ij} & \text{se } d_{ij} \leq d_i(k) \\ 0 & \text{se } d_{ij} > d_i(k) \end{cases} \quad (2)$$

De mesma forma $d_i(k)$ é a distância de corte para a região i .

Dado a criação das matrizes de pesos espaciais se faz necessário observar se há autorrelação espacial, pois antes de se propor uma análise de dados a partir de análise econométrica espacial é relevante garantir que exista dependência espacial entre os dados analisados. (DONFOUET, JEANTY e MALIN, 2012).

Deve-se assim observar se decisão tomada por algum agente pode sofrer influência do seu vizinho mais próximo, para isso existe a estatística I de Moran em que Moran (1948) elaborou um coeficiente de autocorrelção espacial que usa a medida de autocovariância na forma de um produto cruzado.

$$I = \frac{n}{s_0} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} z_i z_j}{\sum_{i=1}^n z_i^2} \quad (3)$$

Ou matricialmente como:

$$I = \frac{n}{s_0} \frac{z'Wz}{z'z} \quad (4)$$

Onde n é o número de regiões, z são os valores da variável de interesse padronizada, W_z são os valores médios da variável de interesse padronizada que são definidos a partir de uma matriz de pesos W .

Os valores do I de Moran podem ser positivos ou negativos, entre $-1 < I$ de Moran > 1 , onde quanto mais próximo de zero, menor é a dependência espacial. A hipótese nula testada é de aleatoriedade espacial onde valores estatisticamente superiores ao valor esperado indicam a existência de autocorrelação positiva e valores estatisticamente inferiores indicam autocorrelação negativa. (ALMEIDA, 2012)

Para os modelos de painel espacial que inclui o *lag* espacial da variável dependente e distúrbios autorregressivos espaciais temos que:

$$y = \lambda(I_T \otimes W_N)y + X\beta + u \quad (5)$$

Onde y é um vetor $NT \times 1$ das observações sobre a variável dependente, X é uma matriz $NT \times k$ sobre os regressores exógenos não estocásticos, I_T é uma matriz identidade de dimensão T , W_N é a matriz de pesos espaciais e λ é o parâmetro espacial.

O termo de erro é:

$$u = (I_T \otimes I_N)\mu + \varepsilon \quad (6)$$

Onde I_T é um vetor $T \times 1$ de uns, I_N é uma matriz identidade $N \times N$, μ é um vetor de especificidades individuais invariantes no tempo (não espacialmente autocorrelacionadas) e ε um vetor de inovações espacialmente autocorrelacionadas que seguem um processo espacial autorregressivo.

$$\varepsilon = \rho(I_T \otimes W_N)\varepsilon + v \quad (7)$$

$\rho(|\rho| < 1)$ é o parâmetro espacial autorregressivo e W_N é a matriz de pesos espaciais.

No caso de efeito aleatório assume-se que os efeitos individuais não observados não estão correlacionados com as outras variáveis explicativas do modelo, assim o termo de erro passa a ser escrito como:

$$\varepsilon = (I_T \otimes B_N^{-1})v \quad (8)$$

Onde $B_N = (I_N - \rho W_N)$, dado isso

$$u = (I_T \otimes I_N)\mu + (I_T \otimes B_N^{-1})v \quad (9)$$

E a matriz de variância-covariância será:

$$\Omega_u = \sigma_\mu^2(I_T I_T^T \otimes I_N) + \sigma_v^2[I_T \otimes (B_N^T B_N)^{-1}] \quad (10)$$

Para Kapoor *et al.* (2007), a correlação espacial pode ser aplicada tanto aos efeitos individuais quanto aos componentes de erro remanescentes assim, o termo de erro vai seguir um processo autorregressivo espacial de primeira ordem como se segue.

$$u = \rho(I_T \otimes W_N)u + \varepsilon \quad (11)$$

Onde

$$\varepsilon = (\iota_T \otimes I_N)\mu + v \quad (12)$$

Considerando o modelo apresentado por Kapoor et al os pesquisadores Mutl e Pfaffermayr (2011) observaram a estimativa de variáveis instrumentais sob as especificações de efeitos fixos e aleatórios. Para eles o trabalho citado não incluiu uma variável dependente espacialmente defasada na equação de regressão. Assim sob a hipótese de efeitos aleatórios de que os efeitos individuais são independentes dos regressores do modelo os autores reescreveram a equação 9 de acordo com:

$$u = [I_T \otimes (I_N - \rho W_N)^{-1}]\varepsilon \quad (13)$$

A matriz de variância-covariância será:

$$\Omega_u = [I_T \otimes (I_N - \rho W_N)^{-1}]\Omega_\varepsilon [I_T \otimes (I_N - \rho W_N^T)^{-1}] \quad (14)$$

Onde,

com $\sigma_1^2 = \sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2$, $Q_0 = \left(I_T - \frac{J_T}{T}\right) \otimes I_N$, $Q_1 = \frac{J_T}{T} \otimes I_N$ e $J_T = \iota_T \iota_T'$ que é a matriz de variância-covariância de um modelo de componente de erro unidirecional.

Assim de acordo com Millo *et al* (2012) os modelos apresentados são diferentes devido as matrizes de variância de cada um, onde a matriz representada pela equação 10 demonstra maior complexidade do que a matriz da equação 14.

O presente artigo estimou um modelo de Métodos de Momentos Generalizados (GMM) que implementa a especificação de matriz de variância da equação 14. A estimação de efeito aleatório segue Kapoor *et al* (2007) que traz uma generalização do que foi demonstrado por Kelejian e Prucha (1999) para estimar o parâmetro autorregressivo espacial ρ .

São definidos três conjuntos de estimadores que leva como base as seguintes condições de momentos:

$$E \begin{bmatrix} \frac{1}{N(T-1)} \varepsilon' Q_0 \varepsilon \\ \frac{1}{N(T-1)} \bar{\varepsilon}' Q_0 \bar{\varepsilon} \\ \frac{1}{N(T-1)} \bar{\varepsilon}' Q_0 \varepsilon \\ \frac{1}{N} \varepsilon' Q_1 \varepsilon \\ \frac{1}{N} \bar{\varepsilon}' Q_1 \bar{\varepsilon} \\ \frac{1}{N} \bar{\varepsilon}' Q_1 \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 \\ \sigma_v^2 \frac{1}{N} \text{tr}(W^T W) \\ 0 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 \frac{1}{N} \text{tr}(W^T W) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Onde $\varepsilon = u - \rho \bar{u}$, $\bar{\varepsilon} = \bar{u} - \rho \bar{\bar{u}}$, $\bar{u} = (I_T \otimes W_N)u$, e $\bar{\bar{u}} = (I_T \otimes W_N)\bar{u}$.

Quando usado qualquer um desses estimadores um estimador β de Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) é definido como uma transformação espacial do tipo Cochrane-Orcutt⁵. Transformando o estimador de MQG se torna idêntico a um estimador de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).

⁵ Compreende-se como um procedimento econométrico que ajusta um modelo linear para correlação serial no termo de erro. (COCHRANE, D.; ORCUTT, G. H., 1949).

Para a estimação de efeito fixo nesse caso, os estimadores de MQO não é mais consistente e por esse motivo, Mutl and Pfaffermayr (2011) sugerem substituir o MQO por um modelo de Mínimos Quadrados Espaciais de dois estágios⁶.

Com relação aos testes que foram realizados o primeiro foi o teste de Multiplicador de Lagrange (LM) criado a partir do trabalho de Breusch and Pagan (1980) que tem sido utilizado para testar efeito aleatório e autocorrelação nos modelos de dados em painel.

Para testes conjuntos, marginais e condicionais são definidas as seguintes hipóteses:

- 1) $H_0^a: \lambda = \sigma_\mu^2 = 0$
- 2) $H_0^b: \sigma_\mu^2 = 0$ (assumindo $\lambda = 0$)
- 3) $H_0^c: \lambda = 0$ assumindo efeito aleatório $\sigma_\mu^2 = 0$
- 4) $H_0^d: \lambda = 0$ assumindo a possibilidade de efeito aleatório
- 5) $H_0^e: \sigma_\mu^2 = 0$ assumindo correlação espacial

O teste LM conjunto para nenhum efeito aleatório e nenhuma autocorreção espacial é:

$$LM_J = \frac{NT}{2(T-1)} G^2 + \frac{N^2T}{b} H^2 \quad (16)$$

Para o teste LM marginal que assume nenhuma correlação espacial é dado por:

$$SLM_1 = \frac{LM_1 - E(LM_1)}{\sqrt{Var(LM_1)}} \quad (17)$$

Para o teste LM marginal assumindo nenhuma correlação espacial e nenhum efeito aleatório é:

$$SLM_2 = \frac{LM_2 - E(LM_2)}{\sqrt{Var(LM_2)}} \quad (18)$$

Tendo como base as equações 17 e 18 uma versão de teste unilateral pode ser apresentada como:

$$LM_H = (LM_1 + LM_2)/\sqrt{2} \quad (19)$$

Para um teste condicional em que o coeficiente de autocorrelação espacial é zero e assumindo que o componente de variância pode ou não ser zero, temos que:

$$LM_\lambda = \frac{\widehat{D}(\lambda)^2}{\left[(T-1) + \frac{\sigma_b^4}{\sigma_1^4} \right] b} \quad (20)$$

Um último teste LM condicional que assume possibilidade de existência de correlação de erro espacial pode ser escrito como:

$$LM_u = (\widehat{D}_\mu)^2 \left(\frac{2\widehat{\sigma}_v^4}{T} \right) (TN\widehat{\sigma}_v^4 ec - N\widehat{\sigma}_v^4 d^2 - T\widehat{\sigma}_v^4 g^2 e + 2\widehat{\sigma}_v^4 ghd - \widehat{\sigma}_v^4 h^2 c)^{-1} \times (N\widehat{\sigma}_v^4 c - \widehat{\sigma}_v^4 g^2) \quad (21)$$

Dados os testes LM explicitados outro teste bastante usado na literatura que compara estimadores de efeitos aleatórios e efeitos fixos testando a suposição de efeitos aleatórios é o Teste de Hausman que pode ser obtido a partir da seguinte estatística:

$$H = NT(\widehat{\theta}_{FGLS} - \widehat{\theta}_W)^\top (\widehat{\Sigma}_W - \widehat{\Sigma}_{FGLS})^{-1} (\widehat{\theta}_{FGLS} - \widehat{\theta}_W) \quad (22)$$

Onde $\widehat{\theta}_{FGLS}$ e $\widehat{\theta}_W$ são os MQG espaciais.

⁶ De acordo com o exposto em Baltagi e Liu (2011).

Assim dado a metodologia e a descrição dos modelos econométricos de acordo com a literatura de econometria espacial e de painéis espaciais a subseção 3.3 revela o modelo econométricos que foi estimado e os resultados são descritos na seção 4 do artigo.

3.3 Modelo econométrico

A equação de demanda estimada é:

$$\ln G_{it} = \beta_0 + \beta_1 \ln P_{G(it)} + \beta_2 \ln P_{A(it)} + \varepsilon_{it} \quad (23)$$

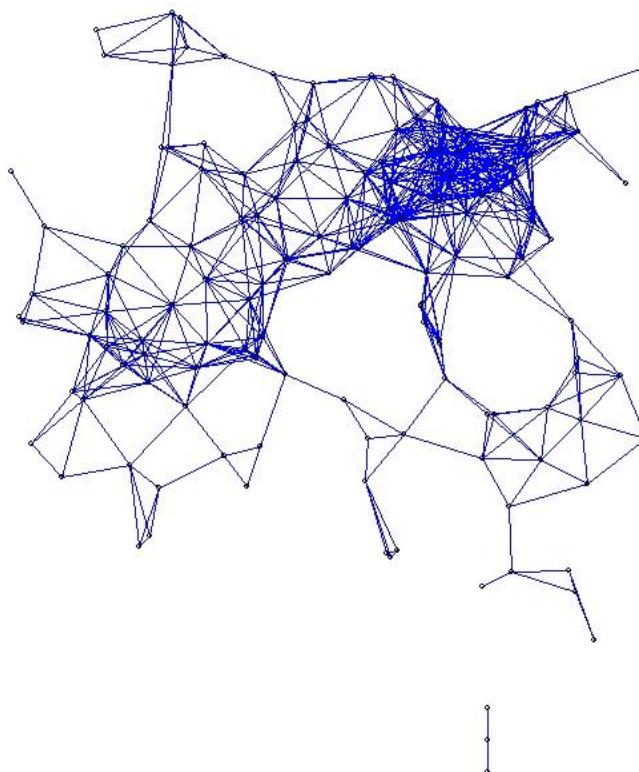
Onde G é a média de gasolina vendida diariamente por posto, $P_{G(it)}$ é o preço médio da gasolina diariamente por posto e $P_{A(it)}$ é o preço médio de álcool. As variáveis i e t representam o painel que é composto por dados diários de quantidade vendida e preços de gasolina e álcool nos postos de gasolinas de Fortaleza para o período analisado.

As matrizes de pesos W foram criadas levando-se em consideração a distância entre os postos de gasolina de Fortaleza, para a localização foi utilizado a longitude e latitude dos postos e a partir daí criou-se a primeira matriz de pesos determinando que cada posto de gasolina tenha pelo menos um vizinho e observando a distância máxima para que esse critério seja atendido.

Assim observou-se que a maior distância entre vizinhos foi de aproximadamente 2,12 km e a menor distância entre os postos de gasolina foi de aproximadamente 0,04 km ou cerca de 40 metros.

A Figura 1 ilustra a ligação entre os postos para que cada um tenha pelo menos 1 vizinho de acordo com a distância mínima e máxima calculada. Assim dado a definição da distância máxima entre os postos de gasolina testou-se outras distâncias entre os postos, no intuito de observar se os postos que possuem distância menor apresentariam uma autocorreção espacial mais forte.

Figura 1. Ligação entre os postos de gasolina para que cada um tenha pelo menos 1 vizinho.



Fonte: Elaboração própria com base no software R

Desta forma, o critério para a escolha das distâncias para a criação das matrizes de pesos espaciais para a estimação dos modelos propostos no artigo foi baseado no procedimento exposto por Almeida (2012) que leva em consideração o proposto por Baumont (2004).

O procedimento segue as seguintes etapas: é estimado um modelo de regressão tradicional e em um momento posterior testam-se os resíduos de diferentes tipos de matrizes W , para o caso desse artigo foram testadas as distâncias de até 0,5 km, até 1.5 km e 2.12 km.

Por fim, foram escolhidas as matrizes nas qual verificou-se maior valor para o I de Moran com significância estatística. Dado essas etapas foram estimados três modelos, que estão descritos no Quadro 2 de acordo com a equação de demanda descrita pela equação 23.

Cada modelo foi estimado para os períodos antes e depois do choque de custo, sendo que o primeiro vai de 15 a 31 de julho, e o segundo de 11 a 18 de agosto.

Quadro 2. Modelos estimados de acordo com as matrizes escolhidas

Modelo	Distância máxima entre os postos	Períodos Analisados
Modelo 1	2,12 km	Antes do Aumento
		Depois do Aumento
Modelo 2	1,5 km	Antes do Aumento
		Depois do Aumento
Modelo 3	0,5 km ou 500 metros	Antes do Aumento
		Depois do Aumento

Fonte: Elaboração própria

Os modelos foram testados para efeito aleatório ou fixo em painel e também para efeitos espaciais diversos como lag espacial ou erro espacial como melhor especificado em (MILLO *et al*, 2012).

Para a escolha do modelo que melhor explica a demanda por gasolina em Fortaleza foram realizados três testes, dois testes verossimilhança (LM) de acordo com o especificado pelas equações 18, 20 e 21, e um Teste de Hausman.

Para a realização dos testes LM foi usado a função `bskstest` do *software R* existindo cinco opções do teste de acordo com os descritos nesta seção de metodologia, o primeiro a ser estimado é calculado de acordo com a equação 18 onde a hipótese alternativa do teste é de nenhum efeito regional aleatório. Foi realizado também um teste condicional a partir das equações 20 e 21 onde esse teste verifica a correlação espacial nos erros de um modelo que pode ser de efeito aleatório.

Por fim realizou-se o Teste de Hausman (comando `sphptest` do *software R*), onde dado a fórmula que descreve o modelo estimado separadamente para efeito fixo e efeito aleatório compara os estimadores e testa a suposição de efeito aleatório.

A seção 4 do artigo descreve os resultados encontrados dado a especificação do exercício de estimação que foi realizado no presente artigo.

4. RESULTADOS

Dado o exposto na seção anterior foram realizados três testes, que podem ser observados na Tabela 2, para cada modelo e cada período analisado visando observar mais informações para auxiliar na definição do modelo mais adequado a ser estimado e também para compreender qual melhor estimação explica a demanda por gasolina na cidade de Fortaleza no período analisado.

Tabela 2. Testes para Verificar Efeito Regional e Autocorrelação Espacial

	Teste	Descrição do teste	Antes	Depois
Modelo 1	Baltagi	LM2	43.015	29.618
		p-valor	(0.00)	(0.00)
	Baltagi, Song and Koh LM*- lambda conditional	CLM	22.241	5.852
		p-valor	(0.00)	(0.00)
	Spatial Hausman Test	chisq	1.5706	43.837
		p-valor	(0.6661)	(0.00)
	Índice de Moran		0.161*	0.120*
Modelo 2	Baltagi	LM2	36.543	25.233
		p-valor	(0.00)	(0.00)
	Baltagi, Song and Koh LM*- lambda conditional	CLM	11.419	2.771
		p-valor	(0.00)	(0.006)
	Spatial Hausman Test	sphtest2	1.2305	18.934
		p-valor	(0.7457)	(0.0002)
	Índice de Moran		0.286*	0.206*
Modelo 3	Baltagi	LM2	39.13	26.961
		p-valor	(0.00)	(0.00)
	Baltagi, Song and Koh LM*- lambda conditional	CLM	11.811	2.593
		p-valor	(0.00)	(0.009)
	Spatial Hausman Test	sphtest2	0.93579	20.994
		p-valor	(0.816)	(0.0001)
	Índice de Moran		0.3000*	0.218*
	Hausman test - modelo sem efeito espacial	phtest		2.799
		p-valor		(0.247)

Fonte: Elaboração própria com base no software R.

Os resultados dos testes de verossimilhança (LM2) para os dois períodos demonstram resultados estatisticamente significantes para autocorrelação espacial para os três modelos, e para as três matrizes de peso utilizadas como mostrado na Tabela 2. Interessante observar que o indicador de autocorrelação espacial do Índice de Moran aumenta conforme a matriz de distância fica mais próxima estando em acordo com a ideia que vizinhos mais próximos possuem mais influência.

O segundo teste realizado verifica se existe correlação espacial nos erros (CLM) o que também se mostrou estatisticamente significativa. A partir do Teste de Hausman observou-se que para o período depois do aumento o modelo SARAR de efeito fixo apresentou o melhor ajuste (para as três matrizes espaciais), e para o período anterior ao aumento a estimação indicada foi a de efeito aleatório.

Os modelos SARAR para as três formas espaciais e para antes (com efeito aleatório) e depois (efeito fixo) do choque de preços foram estimados por Método dos Momentos Generalizados (GMM) e os resultados encontram-se na Tabela 3. Em contraste, também se estimou modelos sem qualquer efeito espacial para verificar como a elasticidade preço é alterada a partir da inclusão dos efeitos espaciais necessários.

O teste de Hausman sem efeito espacial definiu o efeito aleatório como o de melhor ajuste. A elasticidade preço encontrada para a estimação do modelo de painel sem

efeito espacial foi de -5.79, o que revela que para um aumento de 10% nos preços há uma redução de 57.9% na quantidade de gasolina.

De acordo com o I de Moran o modelo que melhor explica a correlação espacial, pois apresenta um valor maior, é o modelo 3 (0.3000 para o período antes do choque e 0.218) onde leva em consideração os vizinhos que estão a 500 metros de distância.

Analisando os demais modelos estimados a partir das matrizes de pesos espaciais observa-se com relação a defasagem espacial da variável dependente (λ), que denota que o consumo médio de gasolina nas áreas vizinhas de uma região é importante para explicar seu próprio consumo, demonstrando que há transbordamento espacial, para todos os modelos estimados nos períodos antes e depois do período de choque e majoração de preços.

Pode-se observar que para todos os três modelos, tanto na estimação por efeito aleatório quanto por efeito fixo a variável preço da gasolina apresentou sinal esperado (negativo) e significância estatística ($p < 0.01$). Porém, a variável preço do álcool não apresentou resultado estatisticamente significativo para nenhum dos modelos estimados.

De forma geral, dado os resultados mais consistentes encontrados e demonstrados na Tabela 3, as estimativas para a elasticidade-preço parecem suficientemente ajustadas, com coeficientes estatisticamente significantes e com o sinal esperado. Os resultados apresentados que demonstram melhor ajuste levando-se em consideração o I de Moran são os do modelo 3 de menor distância.

Assim para o período antes do aumento a elasticidade-preço é de -1.79 significando uma redução do consumo de gasolina de 17.9% no caso de um aumento de 10% do preço. Para o período posterior ao aumento a elasticidade é de -7.561, assim observa-se que o período após o choque de preço apresenta elasticidade-preço com um efeito sobre o consumo maior do que no período anterior ao aumento de preços. Esse resultado indica que períodos onde os preços são maiores o impacto sobre a quantidade demanda dado o aumento do preço é maior do que em períodos onde o preço permanece constante.

Tabela 3. Elasticidade-preço da Demanda por Gasolina

		Spatial random effects SARAR model (GM estimation)			Spatial fixed effects SARAR model (GM estimation)		
Variáveis	sem efeito espacial	Antes do aumento	Depois do aumento	sem efeito espacial	Antes do aumento	Depois do aumento	
Modelo 1	intercepto	15.836*** (1.377)	0.210 (0.651)	5.802* (2.570)			
	λ (lambda)		2.261*** (0.227)	1.447*** (0.089)	2.082*** (0.331)	1.048*** (0.110)	
	ρ (rho)		0.473	0.999	0.331	0.999	
	preço gasolina	-5.798*** (0.732)	-2.577*** (0.268)	-4.814** (1.739)	-5.667*** (0.771)	-2.468*** (0.276)	-6.167** (0.1.960)
	preço álcool	0.574 (0.938)	0.465 (0.305)	0.384 (0.602)	1.448 (1.105)	0.491 (0.331)	-0.273 (0.749)
	intercepto		2.004*** (0.404)	12.099*** (2.895)			
Modelo 2	λ (lambda)		1.124*** (0.080)	0.206 (0.214)	0.952*** (0.101)	0.492* (0.290)	
	ρ (rho)		-0.302	0.447	-0.360	0.319	
	preço gasolina		-1.722*** (0.217)	-7.258*** (1.929)	-1.529*** (0.222)	-7.478** (2.285)	
	preço álcool		0.182 (0.293)	0.552 (0.633)	0.334 (0.319)	-0.148 (0.804)	
Modelo 3	intercepto		2.069*** (0.406)	11.847*** (2.869)			
	λ (lambda)		1.123*** (0.080)	0.267 (0.213)	0.948*** (0.104)	0.571* (0.301)	
	ρ (rho)		-0.263	0.497	-0.354	0.338	
	preço gasolina		-1.789*** (0.219)	-7.036*** (1.905)	-1.545*** (0.225)	-7.561*** (2.273)	
	preço álcool		0.209 (0.293)	0.389 (0.621)	0.361 (0.319)	-0.145 (0.803)	

Fonte: Elaboração própria com base no software R.

Note: * $p < 0.10$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$.

As estatísticas de desvio padrão encontram-se entre parênteses.

Esses resultados indicam que a demanda por gasolina em Fortaleza é elástica, porém com valores altos para o período após o aumento, se comparados aos encontrados na literatura, algo que pode justificar os valores é citado por Levin, Lewis e Wolak (2017) que afirmam que a elasticidade-preço quando estimada com dados diários pode diferir das estimativas a partir de dados mais agregados.

Quando falamos de dados diários pode-se entender que os consumidores podem reagir ao aumento de preços armazenando gasolina em seus carros a qualquer anuncio de aumento até que o preço reduza novamente ou adiando a ida ao posto, desse modo a demanda diária pode ser impactada apresentando valor menor do que o que realmente foi consumido. Ou seja, no curto prazo (dados diários) o consumidor consegue planejar o consumo postergando ir ao posto para reabastecer enquanto que no longo prazo o consumidor adquire a gasolina pelo preço de mercado.

5. CONCLUSÕES

O presente artigo tem como objetivo observar a existência de efeito vizinhança e autocorrelação espacial na determinação da quantidade demandada dos combustíveis nos postos de gasolina em Fortaleza. Deseja-se assim, analisar qual o papel da heterogeneidade espacial nas estimativas de elasticidade-preço da demanda de gasolina na cidade.

Para a análise da elasticidade preço da demanda por gasolina o artigo utilizou a base de dados que contém informações diárias da quantidade consumida por posto em Fortaleza, somando um total de 141 postos revendedores de gasolina e álcool em 69 bairros. O período de tempo analisado foi de 15 de julho a 18 de agosto de 2019.

Os dados que foram analisados no artigo foram extraídos dos sistemas da Secretaria da Fazenda do Estado do Ceará (SEFAZ/CE), a partir do banco de Notas Fiscais Eletrônicas (NF-e). Observou-se que em 31 de julho de 2019 foi anunciado um aumento dos preços de gasolina pela refinaria de 4% o que levou a uma variação de preços após o anúncio.

Para se verificar a existência de autocorrelação espacial foram criadas matrizes de pesos espaciais levando-se em consideração a distância entre os postos de gasolina de Fortaleza. Foram várias as matrizes testadas, porém foram escolhidas as matrizes no qual verificou-se maior valor para o I de Moran com significância estatísticas.

Após a escolha das matrizes foram estimados 3 modelos onde cada modelo foi observado para 2 períodos diferentes, o período anterior ao aumento de preços (15 a 31 de julho) e o período após o aumento (01 a 15 de agosto). Os três modelos foram estimados por Método dos Momentos Generalizados (GMM) para efeito aleatório e para efeito fixo.

Os resultados do teste LM2 indicam a existência de autocorrelação espacial, para as três matrizes de peso utilizadas, o que confirma os resultados dos testes I de Moran encontrados. De acordo com o I de Moran o modelo que melhor explica a correlação espacial, é o modelo 3 que leva em consideração os vizinhos que estão a 500 metros de distância.

Os principais resultados demonstram que com relação a defasagem espacial da variável dependente (λ), existe autocorreção espacial positiva da variável dependente.

Para o período antes do aumento a elasticidade-preço é de -1.79 significando uma redução do consumo de gasolina de 17.9% no caso de um aumento de 10% do preço. Para o período posterior ao aumento a elasticidade é de -7.561, assim observa-se que o período após o choque de preço apresenta elasticidade-preço com um efeito sobre o consumo maior do que no período anterior ao aumento de preços.

Para Santos e Faria (2012), os estudos que analisam elasticidade preço e renda no Brasil de combustíveis em sua maioria utilizam modelos de séries temporais e de cointegração. Quase a totalidade dos estudos encontrados que trabalhavam com painéis espaciais utilizavam dados espaciais mais agregados em nível estadual ou município e ainda com periodicidade dos dados anuais ou mensais. O presente artigo inova por usar na análise dados espaciais pontuais com as latitudes e longitudes dos postos de gasolina e ainda por trabalhar com um painel espacial de informações diárias para a cidade de Fortaleza.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA E. **Econometria espacial aplicada**, São Paulo: Alínea; 2012.

Alves, D. C. O; Bueno, R. D. L. S. (2003). A. Short-run, Long-run and Cross Elasticities of Gasoline Demand in Brazil. **Energy Economics**, 25(2): 191-199.

AMARO, Raphael Silveira. Evolução do consumo de gasolina no Brasil e suas elasticidades no período entre os anos de 1979 a 2009, 2014, **Espacios**. Vol. 36 (Nº 04) Ano 2015. Pág. 9

AYRES, Niele Soares. **Análise das elasticidades de demanda por combustíveis no Rio Grande do Sul no Período de 2004-2014, 2017**, Universidade Federal do Rio Grande – FURG Instituto de Ciências Econômicas, Administrativas e Contábeis – ICEAC Curso de Ciências Econômicas.

Baltagi BH, Liu L (2011). Instrumental Variable Estimation of a Spatial Autoregressive Panel Model with Random Effects. **Economics Letters**, 111, 135-137.

BAUMONT, C. **Spatial effects in housing price models: do house prices capitalize urban development policies in the agglomeration of Dijon (1999)?** Mimeo. Université de Bourgogne, 2004

BERGANTINO, Angela S.; CAPOZZA, Claudia; INTINI, Mario. **Spatial analysis of pricing behaviour of gasoline stations: the role of contextual factors**.

Breusch TS, Pagan A. R. (1980). The Lagrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specification in Econometrics. **Review of Economic Studies**, 47, 239-253.

Clemen, G., Gugler, K. (2006) Locational choice and price competition: some empirical results for the Austrian retail gasoline market. **Empirical Economics**, 31: 291–312.

Cochrane, D.; Orcutt, G. H. (1949). Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms. **Journal of the American Statistical Association**. 44 (245): 32–61

DONFOUET, H. P. P; JEANTY, P; MALIN, E. **Accounting for spatial interactions in the demand for community-based health insurance: A Bayesian spatial Tobit analysis**. Paper presented at the 11th International Workshop Spatial Econometrics and Statistics, France, 2012.

KAPOOR, Mudit; KELEJIAN, Harry H.; PRUCHA, Ingmar R. Panel data models with spatially correlated error components. **Journal of econometrics**, v. 140, n. 1, p. 97-130, 2007.

Kelejian HH, Prucha IR (1999). A Generalized Moments Estimator for the Autoregressive Parameter in a Spatial Model. **International Economic Review**, 40(2), 509-533.

LEVIN, Laurence; LEWIS, Matthew S.; WOLAK, Frank A. High frequency evidence on the demand for gasoline. **American Economic Journal: Economic Policy**, 2017, 9.3: 314-47.

MARGARIDO, Mário Antônio; SHIKIDA, Pery Francisco Assis. **Elasticidades para gasolina e etanol em São Paulo**, 2017

MILLO, Giovanni *et al.* splm: Spatial panel data models in R. **Journal of statistical software**, v. 47, n. 1, p. 1-38, 2012.

MORAN, Patrick AP. The interpretation of statistical maps. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, v. 10, n. 2, p. 243-251, 1948.

MUTL, Jan; PFAFFERMAYR, Michael. The Hausman test in a Cliff and Ord panel model. **The Econometrics Journal**, v. 14, n. 1, p. 48-76, 2011.

NAPPO, Márcio. **A demanda por gasolina no Brasil: uma avaliação de suas elasticidades após a introdução dos carros bicomustíveis**. 2007. Tese de Doutorado.

ORELLANO, Veronica Fernandez; SOUZA, Alberto De Nes de e AZEVEDO, Paulo Furquim de. **Elasticidade-preço da Demanda por Etanol no Brasil: como renda e preços relativos explicam diferenças entre estados**, Rev. Econ. Sociol. Rural vol.51 no.4 Brasília Oct./Dec. 2013

SANT ANNA, Eduardo Pimentel Sant'; BASTOS, Júlio Cesar Albuquerque. **Elasticidade da demanda por gasolina no brasil e o uso da tecnologia *flex fuel* no período 2001-2012**. 42º Encontro Nacional de Economia-ANPEC, 2014.

SANTOS, Gervásio F.; FARIA, Weslem R. Spatial panel data models and fuel demand in Brazil. **Texto para discussão Nereus**, v. 10, p. 2012, 2012.

TYSZLER, M. **Econometria espacial: discutindo medidas para a matriz de ponderação espacial**. Dissertação de mestrado, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2006.